

Supplementary Materials

Statistical Analysis of Type-II Generalized Progressively Hybrid Alpha-PIE Censored Data and Applications in Electronic Tubes and Vinyl Chloride

Ahmed Elshahhat^{1*}, Osama E. Abo-Kasem² and Heba S. Mohammed³

¹Faculty of Technology and Development, Zagazig University, Zagazig 44519, Egypt

²Department of Statistics, Faculty of Commerce, Zagazig University, Zagazig 44519, Egypt

³Department of Mathematical Sciences, College of Science, Princess Nourah bint Abdulrahman University,

P.O. Box 84428, Riyadh 11671, Saudi Arabia

Table S1: The Av.Es (1st column), RMSEs (2nd column) and MRABs (3rd column) of α from Set-1.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
							1	2			
(0.1,0.3)	50[40%]	1	1.9865	0.6652	0.7837	0.9559	0.2612	0.2048	1.2778	0.1263	0.1484
		2	2.0952	0.6967	0.8271	0.9629	0.2574	0.1991	1.2740	0.1219	0.1270
		3	1.8771	0.8009	0.9331	0.9629	0.2517	0.1920	1.2741	0.1193	0.1197
	50[80%]	1	1.8437	0.6306	0.6403	1.0622	0.1915	0.1459	1.2444	0.1172	0.1122
		2	1.6702	0.6645	0.7155	1.0478	0.2040	0.1541	1.2447	0.1066	0.0973
		3	2.0952	0.6967	0.8271	0.9629	0.2547	0.1878	1.2449	0.0990	0.0868
	80[40%]	1	1.1694	0.4832	0.4769	1.2456	0.1384	0.1155	1.2627	0.0981	0.0841
		2	1.7163	0.5444	0.5355	1.3022	0.1469	0.1192	1.2620	0.0928	0.0806
		3	1.3833	0.5761	0.6215	1.3255	0.1633	0.1275	1.2449	0.0910	0.0780
	80[80%]	1	1.2200	0.3845	0.4267	1.2887	0.1302	0.0832	1.2091	0.0854	0.0785
		2	1.1958	0.4614	0.5188	1.2407	0.1412	0.0940	1.2104	0.0857	0.0753
		3	1.5855	0.5220	0.5559	1.2872	0.1544	0.1067	1.2125	0.0866	0.0727
(0.4,0.8)	50[40%]	1	1.8437	0.6506	0.7255	0.9715	0.2461	0.1922	1.2767	0.1251	0.1039
		2	1.9466	0.6887	0.7726	0.9658	0.2520	0.1970	1.2778	0.1260	0.1049
		3	2.2170	0.7436	0.8981	0.9538	0.2635	0.2066	1.2730	0.1209	0.1008
	50[80%]	1	1.5400	0.5818	0.5886	1.2728	0.1470	0.1050	1.2427	0.0887	0.0862
		2	1.4158	0.5798	0.7002	1.0656	0.1879	0.1098	1.2639	0.1086	0.0933
		3	1.7806	0.5633	0.6927	0.9715	0.2261	0.1223	1.2743	0.1190	0.1019
	80[40%]	1	1.2081	0.4485	0.4658	1.2777	0.1189	0.0845	1.2420	0.0861	0.0761
		2	1.5038	0.4595	0.5019	1.3006	0.1416	0.1021	1.2427	0.0887	0.0792
		3	1.3319	0.5177	0.5816	1.2558	0.1449	0.1085	1.2444	0.0905	0.0776
	80[80%]	1	1.3051	0.1441	0.4040	1.1491	0.1105	0.0792	1.2091	0.0814	0.0707
		2	1.1189	0.1572	0.4887	1.2816	0.1312	0.0904	1.2121	0.0864	0.0728
		3	1.4165	0.4539	0.5253	1.2696	0.1370	0.1011	1.2108	0.0892	0.0763

*Email: aelshahhat@ftd.zu.edu.eg

Table S2: The Av.Es (1st column), RMSEs (2nd column) and MRABs (3rd column) of α from Set-2.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
					1		2				
(0.1,0.3)	50[40%]	1	1.9783	0.6943	0.6350	1.5598	0.2569	0.1608	1.5786	0.1706	0.1024
		2	1.9578	0.8564	0.7508	1.5704	0.2609	0.1711	1.5758	0.1838	0.1222
		3	1.9885	0.9314	0.8606	1.5704	0.2855	0.1932	1.5758	0.2138	0.1405
	50[80%]	1	1.6952	0.6354	0.5987	1.2615	0.1820	0.1471	1.5461	0.1521	0.0911
		2	1.5900	0.8218	0.7123	1.2579	0.1838	0.1522	1.5449	0.1593	0.1080
		3	1.8036	0.8764	0.8290	1.2579	0.1888	0.1674	1.5449	0.1619	0.1232
	80[40%]	1	1.6001	0.5645	0.5344	1.3724	0.1500	0.1093	1.5689	0.1234	0.0859
		2	1.6077	0.7056	0.6201	1.3785	0.1568	0.1103	1.5700	0.1345	0.0967
		3	1.6116	0.7511	0.7423	1.3769	0.1678	0.1270	1.5702	0.1423	0.1097
(0.4,0.8)	80[80%]	1	1.5891	0.5815	0.4208	1.3162	0.1356	0.0875	1.1375	0.1132	0.0745
		2	1.4837	0.6653	0.5565	1.4090	0.1423	0.0915	1.5173	0.1278	0.0762
		3	1.6684	0.6865	0.6956	1.4290	0.1561	0.1071	1.5173	0.1378	0.0856
	50[40%]	1	1.9308	0.6821	0.6160	1.2760	0.2418	0.1510	1.5742	0.0819	0.0947
		2	1.8948	0.8363	0.7264	1.2709	0.2471	0.1544	1.5758	0.0837	0.1051
		3	1.7465	0.9169	0.8295	1.2643	0.2537	0.1587	1.5779	0.0862	0.1159
	50[80%]	1	1.7264	0.6253	0.5625	1.3733	0.1783	0.1112	1.5685	0.0728	0.0757
		2	1.6423	0.7610	0.6929	1.3724	0.1801	0.1127	1.5689	0.0734	0.0859
		3	1.3023	0.7983	0.7823	1.3640	0.1838	0.1144	1.5703	0.0745	0.0947
	80[40%]	1	1.5276	0.5165	0.5023	1.5665	0.1472	0.0890	1.5458	0.0517	0.0584
		2	1.5202	0.6223	0.5820	1.5675	0.1549	0.0978	1.5458	0.0518	0.0622
		3	1.6517	0.6755	0.7167	1.5779	0.1574	0.0991	1.5461	0.0520	0.0734
	80[80%]	1	1.5796	0.5382	0.3728	1.5757	0.1258	0.0664	1.5093	0.0442	0.0402
		2	1.5145	0.5949	0.4851	1.5891	0.1381	0.0748	1.5139	0.0454	0.0479
		3	1.5895	0.6152	0.5690	1.5864	0.1486	0.0853	1.5137	0.0467	0.0611

Table S3: The Av.Es (1st column), RMSEs (2nd column) and MRABs (3rd column) of μ from Set-1.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
							1	2			
(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.2238	0.0786	0.3064	0.2328	0.0615	0.2282	0.2419	0.0517	0.2171
		2	0.2236	0.0784	0.3024	0.2325	0.0422	0.1711	0.2174	0.0394	0.1516
		3	0.2172	0.0788	0.2980	0.2259	0.0369	0.1444	0.2111	0.0346	0.1359
	50[80%]	1	0.2124	0.0693	0.2706	0.1664	0.0417	0.1785	0.1878	0.0321	0.1439
		2	0.2146	0.0689	0.2683	0.1719	0.0383	0.1650	0.1826	0.0284	0.1193
		3	0.2129	0.0671	0.2599	0.1728	0.0325	0.1412	0.1798	0.0295	0.1204
	80[40%]	1	0.2095	0.0630	0.2478	0.1699	0.0355	0.1546	0.1911	0.0256	0.1152
		2	0.2147	0.0607	0.2343	0.1739	0.0341	0.1401	0.1934	0.0237	0.1067
		3	0.2139	0.0595	0.2285	0.1761	0.0313	0.1318	0.1930	0.0242	0.1009
(0.4,0.8)	80[80%]	1	0.2073	0.0550	0.2125	0.1834	0.0302	0.1229	0.1825	0.0232	0.0987
		2	0.2081	0.0536	0.2060	0.1888	0.0297	0.1181	0.1827	0.0230	0.0972
		3	0.2074	0.0516	0.2004	0.1881	0.0267	0.1091	0.1947	0.0220	0.0898
	50[40%]	1	0.2209	0.0754	0.2956	0.2304	0.0579	0.2192	0.2477	0.0518	0.2018
		2	0.2150	0.0733	0.2854	0.2373	0.0524	0.2069	0.2393	0.0490	0.1905
		3	0.2106	0.0639	0.2494	0.2347	0.0441	0.1795	0.2198	0.0408	0.1570
	50[80%]	1	0.2111	0.0656	0.2565	0.1681	0.0405	0.1719	0.1893	0.0315	0.1422
		2	0.2118	0.0650	0.2532	0.1702	0.0344	0.1519	0.1822	0.0290	0.1219
		3	0.1642	0.0584	0.2308	0.1739	0.0330	0.1398	0.2035	0.0224	0.1083
	80[40%]	1	0.2084	0.0617	0.2404	0.1699	0.0356	0.1553	0.1910	0.0256	0.1151
		2	0.2132	0.0590	0.2277	0.1711	0.0338	0.1482	0.1907	0.0246	0.1099
		3	0.1593	0.0554	0.2198	0.1843	0.0297	0.1205	0.1916	0.0240	0.0989
	80[80%]	1	0.2059	0.0526	0.2038	0.1865	0.0277	0.1122	0.1825	0.0232	0.0968
		2	0.2064	0.0512	0.1977	0.1875	0.0269	0.1090	0.1839	0.0220	0.0932
		3	0.2052	0.0499	0.1926	0.1825	0.0249	0.0987	0.1854	0.0208	0.0879

Table S4: The Av.Es (1st column), RMSEs (2nd column) and MRABs (3rd column) of μ from Set-2.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
					1		2				
(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.6182	0.3387	0.4636	0.6409	0.2630	0.2204	0.5581	0.1703	0.1671
		2	0.6170	0.3133	0.4366	0.5831	0.2493	0.1972	0.5565	0.1683	0.1434
		3	0.6065	0.3063	0.4246	0.5471	0.2316	0.1808	0.5475	0.1673	0.1270
	50[80%]	1	0.5951	0.2850	0.4048	0.4503	0.2676	0.1830	0.5168	0.1465	0.1371
		2	0.5926	0.2760	0.3964	0.4476	0.2147	0.1736	0.5136	0.1426	0.1134
		3	0.5906	0.2560	0.3764	0.4266	0.2028	0.1547	0.5119	0.1388	0.1065
	80[40%]	1	0.5636	0.2159	0.3470	0.4525	0.1973	0.1699	0.5375	0.1371	0.0969
		2	0.5587	0.2115	0.3209	0.4796	0.1799	0.1540	0.5248	0.1148	0.0972
		3	0.5255	0.1667	0.2626	0.4713	0.1484	0.1404	0.5143	0.1019	0.0963
	80[80%]	1	0.5471	0.1983	0.2930	0.4180	0.1727	0.1424	0.5281	0.1179	0.0632
		2	0.5371	0.1783	0.2530	0.4327	0.1528	0.1246	0.5147	0.1069	0.0587
		3	0.5315	0.1580	0.2242	0.4162	0.1219	0.1163	0.5135	0.1005	0.0499
(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.5493	0.2097	0.3237	0.6012	0.2271	0.2049	0.5568	0.1588	0.1196
		2	0.5651	0.2085	0.3206	0.5603	0.2050	0.1752	0.5550	0.1366	0.1149
		3	0.5614	0.2071	0.3146	0.5477	0.1812	0.1598	0.5515	0.1290	0.1095
	50[80%]	1	0.5353	0.1899	0.2978	0.4180	0.1673	0.1799	0.5207	0.1295	0.0915
		2	0.5396	0.1843	0.2872	0.4347	0.1590	0.1654	0.5210	0.1154	0.0842
		3	0.5354	0.1788	0.2775	0.4371	0.1461	0.1313	0.5201	0.1080	0.0716
	80[40%]	1	0.5255	0.1767	0.2626	0.4499	0.1422	0.1387	0.5375	0.1097	0.0769
		2	0.5400	0.1608	0.2485	0.4494	0.1313	0.1258	0.5247	0.0904	0.0619
		3	0.5366	0.1578	0.2221	0.4525	0.1271	0.1122	0.5193	0.0866	0.0592
	80[80%]	1	0.5203	0.1685	0.2386	0.4676	0.1366	0.1109	0.4974	0.0909	0.0430
		2	0.5220	0.1531	0.2199	0.4803	0.1293	0.0981	0.4918	0.0836	0.0418
		3	0.5194	0.1426	0.2058	0.4792	0.1189	0.0973	0.4956	0.0803	0.0388

Table S5: The Av.Es (1^{st} column), RMSEs (2^{nd} column) and MRABs (3^{rd} column) of $R(t)$ from Set-1.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
					1		2				
(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.8779	0.1520	0.0791	0.8072	0.1328	0.0493	0.9217	0.0520	0.0474
		2	0.8783	0.1467	0.0592	0.8246	0.1117	0.0426	0.9146	0.0473	0.0403
		3	0.8811	0.1403	0.0559	0.8276	0.1083	0.0392	0.9111	0.0434	0.0375
	50[80%]	1	0.8810	0.1402	0.0546	0.8317	0.1112	0.0453	0.8578	0.0446	0.0416
		2	0.8813	0.1384	0.0483	0.8380	0.1043	0.0410	0.8498	0.0420	0.0376
		3	0.8814	0.1371	0.0453	0.8413	0.1011	0.0358	0.9031	0.0378	0.0295
	80[40%]	1	0.8770	0.1392	0.0486	0.8321	0.1046	0.0391	0.8615	0.0367	0.0336
		2	0.8769	0.1345	0.0462	0.8339	0.1009	0.0331	0.8494	0.0349	0.0314
		3	0.8790	0.1300	0.0460	0.8393	0.0967	0.0318	0.8516	0.0328	0.0284
	80[80%]	1	0.8780	0.1321	0.0495	0.9014	0.1018	0.0343	0.8496	0.0329	0.0326
		2	0.8781	0.1298	0.0415	0.8901	0.0973	0.0299	0.8646	0.0326	0.0286
		3	0.8780	0.1294	0.0373	0.8840	0.0877	0.0263	0.8540	0.0308	0.0272
(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.8779	0.1508	0.0587	0.8100	0.1301	0.0534	0.9166	0.0492	0.0454
		2	0.8786	0.1422	0.0519	0.8250	0.1112	0.0441	0.8555	0.0461	0.0392
		3	0.8812	0.1368	0.0484	0.8330	0.1099	0.0391	0.9092	0.0421	0.0351
	50[80%]	1	0.8776	0.1400	0.0533	0.8314	0.1050	0.0474	0.8465	0.0431	0.0368
		2	0.8810	0.1370	0.0481	0.8414	0.1016	0.0391	0.8505	0.0408	0.0343
		3	0.9015	0.1346	0.0465	0.8342	0.1010	0.0346	0.8494	0.0349	0.0333
	80[40%]	1	0.8808	0.1381	0.0511	0.8400	0.1021	0.0384	0.8615	0.0347	0.0349
		2	0.8773	0.1321	0.0476	0.8365	0.0993	0.0327	0.8613	0.0334	0.0293
		3	0.8999	0.1326	0.0435	0.8932	0.0904	0.0305	0.8626	0.0325	0.0297
	80[80%]	1	0.8778	0.1320	0.0475	0.8995	0.1002	0.0374	0.8500	0.0342	0.0294
		2	0.8779	0.1297	0.0417	0.9107	0.0897	0.0314	0.8652	0.0311	0.0273
		3	0.8781	0.1268	0.0353	0.8623	0.0821	0.0270	0.8798	0.0291	0.0264

Table S6: The Av.Es (1^{st} column), RMSEs (2^{nd} column) and MRABs (3^{rd} column) of $R(t)$ from Set-2.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
					1		2				
(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.9215	0.1660	0.1734	0.9981	0.1453	0.1154	0.9968	0.0815	0.0842
		2	0.9940	0.1652	0.1739	0.9976	0.1413	0.1029	0.9967	0.0788	0.0781
		3	0.9936	0.1645	0.1715	0.9970	0.1324	0.0988	0.9972	0.0758	0.0673
	50[80%]	1	0.9936	0.1575	0.1524	0.9883	0.1293	0.0990	0.9953	0.0783	0.0748
		2	0.9943	0.1459	0.1457	0.9881	0.1193	0.0948	0.9952	0.0754	0.0691
		3	0.9940	0.1416	0.1363	0.9878	0.1078	0.0881	0.9957	0.0719	0.0594
	80[40%]	1	0.9939	0.1463	0.1470	0.9851	0.1121	0.0927	0.9962	0.0695	0.0636
		2	0.9945	0.1368	0.1348	0.9866	0.1088	0.0871	0.9958	0.0624	0.0542
		3	0.9940	0.1319	0.1215	0.9872	0.1026	0.0827	0.9956	0.0592	0.0427
	80[80%]	1	0.9934	0.1362	0.1389	0.9882	0.1047	0.0819	0.9945	0.0624	0.0586
		2	0.9947	0.1326	0.1285	0.9918	0.0989	0.0714	0.9949	0.0577	0.0454
		3	0.9943	0.1295	0.1139	0.9979	0.0886	0.0676	0.9953	0.0518	0.0428
(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.9932	0.1594	0.1642	0.9974	0.1396	0.1151	0.9969	0.0788	0.0803
		2	0.9937	0.1566	0.1547	0.9964	0.1358	0.1098	0.9967	0.0742	0.0755
		3	0.9940	0.1560	0.1536	0.9959	0.1253	0.0943	0.9966	0.0737	0.0672
	50[80%]	1	0.9935	0.1512	0.1453	0.9912	0.1243	0.0985	0.9948	0.0737	0.0724
		2	0.9937	0.1429	0.1390	0.9915	0.1184	0.0914	0.9945	0.0722	0.0649
		3	0.9943	0.1369	0.1286	0.9925	0.1059	0.0881	0.9955	0.0676	0.0537
	80[40%]	1	0.9934	0.1406	0.1398	0.9851	0.1169	0.0884	0.9962	0.0643	0.0621
		2	0.9940	0.1335	0.1286	0.9879	0.1077	0.0796	0.9956	0.0608	0.0537
		3	0.9941	0.1278	0.1169	0.9882	0.0999	0.0769	0.9954	0.0538	0.0585
	80[80%]	1	0.9936	0.1330	0.1125	0.9898	0.0989	0.0784	0.9943	0.0595	0.0569
		2	0.9938	0.1275	0.1026	0.9901	0.0963	0.0712	0.9940	0.0543	0.0443
		3	0.9937	0.1235	0.0909	0.9904	0.0846	0.0634	0.9942	0.0484	0.0388

Table S7: The Av.Es (1^{st} column), RMSEs (2^{nd} column) and MRABs (3^{rd} column) of $h(t)$ from Set-1.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
			1		2						
(0.1,0.3)	50[40%]	1	3.8482	1.1344	0.3384	2.9076	1.0340	0.2939	2.0650	0.9287	0.2660
		2	3.0111	0.9468	0.2968	3.5992	0.9279	0.2637	2.1915	0.8369	0.2509
		3	2.9218	0.8995	0.2783	2.0408	0.8564	0.2234	2.2901	0.7377	0.2048
	50[80%]	1	2.9258	0.8972	0.2700	2.0571	0.8612	0.2513	3.1165	0.6349	0.1946
		2	2.9902	0.8637	0.2597	3.6211	0.7446	0.2281	3.2120	0.5659	0.1634
		3	3.5098	0.8345	0.2334	3.4638	0.6782	0.1880	3.2605	0.5771	0.1622
	80[40%]	1	3.4787	0.8030	0.2537	2.8876	0.7919	0.2175	3.2528	0.5984	0.1520
		2	3.4640	0.7291	0.2197	3.4508	0.7014	0.1938	3.2213	0.5199	0.1390
		3	2.5477	0.6882	0.1979	2.8018	0.6585	0.1743	3.0390	0.4653	0.1418
	80[80%]	1	3.4287	0.6806	0.2107	3.3894	0.5849	0.1611	3.0515	0.4950	0.1440
		2	3.4264	0.6717	0.1954	3.3437	0.5447	0.1522	3.0579	0.4758	0.1320
		3	2.8652	0.6115	0.1716	2.7011	0.5300	0.1470	3.1863	0.4422	0.1269
(0.4,0.8)	50[40%]	1	2.9325	1.0864	0.3158	2.3709	0.9318	0.2826	2.1544	0.8736	0.2623
		2	3.5831	0.9117	0.2806	2.9802	0.9134	0.2782	2.2572	0.7633	0.2159
		3	2.4124	0.8944	0.2459	3.6530	0.8215	0.2398	2.3940	0.6568	0.1870
	50[80%]	1	3.6462	0.8920	0.2966	3.8800	0.8514	0.2336	3.0851	0.6191	0.1907
		2	2.2505	0.8422	0.2674	2.8118	0.7174	0.2198	3.2038	0.5512	0.1596
		3	2.8195	0.7985	0.2213	2.8198	0.6773	0.1987	3.0527	0.4951	0.1520
	80[40%]	1	2.8259	0.7850	0.2183	3.4639	0.7415	0.2036	3.2528	0.4984	0.1540
		2	2.8394	0.7200	0.2065	2.9567	0.6912	0.1847	3.2438	0.4871	0.1458
		3	2.9080	0.6666	0.1897	2.6027	0.6032	0.1615	3.0087	0.4571	0.1407
	80[80%]	1	2.8646	0.6522	0.1863	2.8521	0.5602	0.1545	3.2502	0.4889	0.1408
		2	2.8755	0.6138	0.1739	2.8590	0.5195	0.1428	3.0009	0.4514	0.1353
		3	3.0833	0.5015	0.1385	2.8442	0.4748	0.1328	2.7736	0.4103	0.1203

Table S8: The Av.Es (1^{st} column), RMSEs (2^{nd} column) and MRABs (3^{rd} column) of $h(t)$ from Set-2.

(T_1, T_2)	$n[\text{FP}\%]$	Scheme	MLE				MCMC				
					1		2				
(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.5971	0.3987	0.9087	0.2805	0.2304	0.6627	0.1764	0.1369	0.3712
		2	0.5043	0.3182	0.8840	0.2563	0.2195	0.6147	0.1781	0.1345	0.3640
		3	0.5123	0.3108	0.8430	0.2543	0.1922	0.5796	0.1715	0.1342	0.3534
	50[80%]	1	0.4968	0.3205	0.8830	0.2507	0.2193	0.5928	0.2029	0.1053	0.2680
		2	0.5218	0.3042	0.7633	0.2467	0.1986	0.5766	0.2205	0.0957	0.2278
		3	0.5223	0.3023	0.6907	0.2493	0.1841	0.4870	0.2270	0.0914	0.2194
	80[40%]	1	0.2783	0.2049	0.6532	0.1064	0.1715	0.5470	0.2402	0.0807	0.1900
		2	0.3682	0.1967	0.6321	0.2485	0.1515	0.5104	0.2469	0.0772	0.1755
		3	0.3682	0.1861	0.5755	0.2510	0.1422	0.4610	0.2492	0.0731	0.1721
	80[80%]	1	0.2596	0.1847	0.5060	0.5974	0.1585	0.3527	0.1836	0.0757	0.1605
		2	0.2560	0.1743	0.5841	0.1598	0.1397	0.3290	0.2601	0.0728	0.1570
		3	0.2771	0.1670	0.4823	0.2083	0.1276	0.3250	0.2645	0.0684	0.1470
(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.5971	0.3087	0.8802	0.2605	0.2274	0.6519	0.1778	0.1172	0.3661
		2	0.5139	0.2943	0.8439	0.2408	0.1893	0.5839	0.1800	0.1125	0.3579
		3	0.5043	0.2823	0.8259	0.2454	0.1788	0.5764	0.1846	0.1080	0.3435
	50[80%]	1	0.4325	0.2348	0.7928	0.2697	0.1823	0.5848	0.2029	0.0853	0.2580
		2	0.4309	0.2244	0.6331	0.2636	0.1776	0.5711	0.2264	0.0734	0.2203
		3	0.4192	0.2142	0.6031	0.2663	0.1706	0.4499	0.2370	0.0703	0.2118
	80[40%]	1	0.4327	0.1925	0.6255	0.2783	0.1603	0.4642	0.2327	0.0587	0.1744
		2	0.3871	0.1869	0.5817	0.2612	0.1485	0.4049	0.2321	0.0590	0.1696
		3	0.3889	0.1804	0.5469	0.2623	0.1403	0.3835	0.2338	0.0582	0.1587
	80[80%]	1	0.2777	0.1687	0.4915	0.1423	0.1552	0.4169	0.2840	0.0492	0.1491
		2	0.2736	0.1603	0.4698	0.1386	0.1350	0.3655	0.2974	0.0531	0.1548
		3	0.2749	0.1595	0.4277	0.1198	0.1271	0.2949	0.2878	0.0487	0.1462

Table S9: The ACLs (1^{st} column) and CPs (2^{nd} column) of 95% ACI/HPD intervals of α .

(α, μ)	(T_1, T_2)	(n, m)	Scheme	ACI		HPD		
						1	2	
Prior \rightarrow								
(1.2,0.2)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	1.4388	0.913	0.4018	0.937	0.1961
			2	1.6028	0.897	0.4138	0.935	0.2054
			3	1.7345	0.891	0.4201	0.931	0.2366
			50[80%]	1	1.1514	0.920	0.3773	0.945
			2	1.4478	0.913	0.3893	0.944	0.1871
			3	1.5157	0.911	0.3974	0.944	0.1944
			80[40%]	1	0.9417	0.928	0.3363	0.952
			2	0.9790	0.926	0.3406	0.952	0.1385
			3	1.1663	0.923	0.3701	0.950	0.1399
			80[80%]	1	0.7081	0.934	0.3084	0.956
			2	0.7962	0.932	0.3261	0.954	0.1241
			3	0.9139	0.929	0.3317	0.954	0.1274
			50[40%]	1	1.1549	0.918	0.3889	0.939
			2	1.4646	0.906	0.4049	0.936	0.1376
			3	1.6267	0.901	0.4117	0.932	0.1364
			50[80%]	1	1.1100	0.924	0.3387	0.947
			2	1.3583	0.917	0.3396	0.947	0.1227
			3	1.3834	0.915	0.3779	0.945	0.1199
			80[40%]	1	0.8805	0.931	0.3181	0.954
			2	0.9648	0.927	0.3390	0.952	0.1049
			3	1.0189	0.925	0.3489	0.951	0.1104
			80[80%]	1	0.3230	0.941	0.2406	0.959
			2	0.4787	0.937	0.2908	0.956	0.0973
			3	0.7811	0.932	0.3333	0.954	0.0995
			50[40%]	1	0.9627	0.922	0.3452	0.942
			2	0.9804	0.920	0.4276	0.940	0.1474
			3	1.0899	0.919	0.5757	0.933	0.1598
			50[80%]	1	0.8652	0.928	0.3408	0.943
			2	0.9245	0.926	0.3679	0.941	0.1237
			3	0.9628	0.924	0.4185	0.938	0.1286
			80[40%]	1	0.7803	0.934	0.3285	0.947
			2	0.8752	0.931	0.3557	0.943	0.1127
			3	0.9121	0.929	0.4140	0.940	0.1219
			80[80%]	1	0.7116	0.938	0.3221	0.948
			2	0.7764	0.935	0.3339	0.945	0.0963
			3	0.8462	0.930	0.4011	0.941	0.0945
			50[40%]	1	0.9224	0.925	0.3416	0.943
			2	0.9419	0.923	0.3943	0.942	0.1394
			3	0.9525	0.921	0.4566	0.936	0.1464
			50[80%]	1	0.8231	0.930	0.3286	0.945
			2	0.9045	0.928	0.3583	0.943	0.1203
			3	0.9244	0.927	0.3902	0.940	0.1227
			80[40%]	1	0.7523	0.935	0.3168	0.948
			2	0.8693	0.932	0.3408	0.944	0.1046
			3	0.9014	0.929	0.3452	0.943	0.1147
			80[80%]	1	0.6752	0.941	0.2978	0.950
			2	0.7311	0.939	0.3099	0.951	0.0961
			3	0.7920	0.934	0.3162	0.951	0.0950
			50[40%]	1	0.9627	0.922	0.3452	0.942
			2	0.9804	0.920	0.4276	0.940	0.1474
			3	1.0899	0.919	0.5757	0.933	0.1598
			50[80%]	1	0.8652	0.928	0.3408	0.943
			2	0.9245	0.926	0.3679	0.941	0.1237
			3	0.9628	0.924	0.4185	0.938	0.1286
			80[40%]	1	0.7803	0.934	0.3285	0.947
			2	0.8752	0.931	0.3557	0.943	0.1127
			3	0.9121	0.929	0.4140	0.940	0.1219
			80[80%]	1	0.7116	0.938	0.3221	0.948
			2	0.7764	0.935	0.3339	0.945	0.0963
			3	0.8462	0.930	0.4011	0.941	0.0945
			50[40%]	1	0.9224	0.925	0.3416	0.943
			2	0.9419	0.923	0.3943	0.942	0.1394
			3	0.9525	0.921	0.4566	0.936	0.1464
			50[80%]	1	0.8231	0.930	0.3286	0.945
			2	0.9045	0.928	0.3583	0.943	0.1203
			3	0.9244	0.927	0.3902	0.940	0.1227
			80[40%]	1	0.7523	0.935	0.3168	0.948
			2	0.8693	0.932	0.3408	0.944	0.1046
			3	0.9014	0.929	0.3452	0.943	0.1147
			80[80%]	1	0.6752	0.941	0.2978	0.950
			2	0.7311	0.939	0.3099	0.951	0.0961
			3	0.7920	0.934	0.3162	0.951	0.0950
			50[40%]	1	0.9627	0.922	0.3452	0.942
			2	0.9804	0.920	0.4276	0.940	0.1474
			3	1.0899	0.919	0.5757	0.933	0.1598
			50[80%]	1	0.8652	0.928	0.3408	0.943
			2	0.9245	0.926	0.3679	0.941	0.1237
			3	0.9628	0.924	0.4185	0.938	0.1286
			80[40%]	1	0.7803	0.934	0.3285	0.947
			2	0.8752	0.931	0.3557	0.943	0.1127
			3	0.9121	0.929	0.4140	0.940	0.1219
			80[80%]	1	0.7116	0.938	0.3221	0.948
			2	0.7764	0.935	0.3339	0.945	0.0963
			3	0.8462	0.930	0.4011	0.941	0.0945
			50[40%]	1	0.9224	0.925	0.3416	0.943
			2	0.9419	0.923	0.3943	0.942	0.1394
			3	0.9525	0.921	0.4566	0.936	0.1464
			50[80%]	1	0.8231	0.930	0.3286	0.945
			2	0.9045	0.928	0.3583	0.943	0.1203
			3	0.9244	0.927	0.3902	0.940	0.1227
			80[40%]	1	0.7523	0.935	0.3168	0.948
			2	0.8693	0.932	0.3408	0.944	0.1046
			3	0.9014	0.929	0.3452	0.943	0.1147
			80[80%]	1	0.6752	0.941	0.2978	0.950
			2	0.7311	0.939	0.3099	0.951	0.0961
			3	0.7920	0.934	0.3162	0.951	0.0950
			50[40%]	1	0.9627	0.922	0.3452	0.942
			2	0.9804	0.920	0.4276	0.940	0.1474
			3	1.0899	0.919	0.5757	0.933	0.1598
			50[80%]	1	0.8652	0.928	0.3408	0.943
			2	0.9245	0.926	0.3679	0.941	0.1237
			3	0.9628	0.924	0.4185	0.938	0.1286
			80[40%]	1	0.7803	0.934	0.3285	0.947
			2	0.8752	0.931	0.3557	0.943	0.1127
			3	0.9121	0.929	0.4140	0.940	0.1219
			80[80%]	1	0.7116	0.938	0.3221	0.948
			2	0.7764	0.935	0.3339	0.945	0.0963
			3	0.8462	0.930	0.4011	0.941	0.0945
			50[40%]	1	0.9224	0.925	0.3416	0.943
			2	0.9419	0.923	0.3943	0.942	0.1394
			3	0.9525	0.921	0.4566	0.936	0.1464
			50[80%]	1	0.8231	0.930	0.3286	0.945
			2	0.9045	0.928	0.3583	0.943	0.1203
			3	0.9244	0.927	0.3902	0.940	0.1227
			80[40%]	1	0.7523	0.935	0.3168	0.948
			2	0.8693	0.932	0.3408</		

Table S10: The ACLs (1^{st} column) and CPs (2^{nd} column) of 95% ACI/HPD intervals of μ .

(α, μ)	(T_1, T_2)	(n, m)	Scheme	ACI		HPD		
						1	2	
Prior \rightarrow								
(1.2,0.2)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.3107	0.940	0.1951	0.957	0.1141
			2	0.2919	0.942	0.1349	0.959	0.0996
			3	0.2768	0.944	0.1290	0.960	0.0957
			50[80%]	1	0.2719	0.946	0.1207	0.962
			2	0.2615	0.947	0.1124	0.964	0.0776
			3	0.2573	0.947	0.0913	0.965	0.0763
			80[40%]	1	0.2568	0.948	0.1043	0.964
			2	0.2304	0.950	0.0975	0.965	0.0695
			3	0.2153	0.952	0.0861	0.966	0.0689
			80[80%]	1	0.2165	0.951	0.0736	0.967
			2	0.2048	0.953	0.0722	0.967	0.0579
			3	0.2033	0.953	0.0700	0.967	0.0566
								0.977
			(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.2939	0.945	0.1841
			2	0.2757	0.946	0.1293	0.960	0.0966
			3	0.2440	0.948	0.1200	0.961	0.0937
			50[80%]	1	0.2556	0.948	0.0953	0.965
			2	0.2469	0.949	0.0922	0.965	0.0741
			3	0.2417	0.949	0.0909	0.965	0.0736
			80[40%]	1	0.2433	0.950	0.0943	0.965
			2	0.2198	0.952	0.0824	0.968	0.0681
			3	0.1918	0.954	0.0775	0.968	0.0657
			80[80%]	1	0.2038	0.953	0.0744	0.967
			2	0.1956	0.954	0.0696	0.967	0.0558
			3	0.1807	0.955	0.0673	0.967	0.0550
			(1.5,0.5)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	1.1448	0.928
			2	1.0178	0.932	0.2453	0.956	0.2133
			3	1.0051	0.933	0.2353	0.958	0.1980
			50[80%]	1	1.0077	0.932	0.2169	0.961
			2	0.7728	0.938	0.2087	0.963	0.1797
			3	0.7668	0.940	0.2006	0.964	0.1647
			80[40%]	1	0.9079	0.934	0.2060	0.964
			2	0.7578	0.939	0.1688	0.967	0.1389
			3	0.7205	0.942	0.1697	0.967	0.1239
			80[80%]	1	0.7923	0.937	0.1987	0.965
			2	0.6931	0.942	0.1622	0.967	0.1286
			3	0.5220	0.946	0.1583	0.968	0.1176
			(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.8122	0.936	0.2723
			2	0.7663	0.939	0.2347	0.958	0.1934
			3	0.7263	0.943	0.2287	0.958	0.1914
			50[80%]	1	0.7205	0.939	0.2169	0.961
			2	0.6931	0.941	0.2087	0.963	0.1732
			3	0.6853	0.942	0.2065	0.963	0.1403
			80[40%]	1	0.6773	0.942	0.1939	0.965
			2	0.6099	0.944	0.1648	0.967	0.1309
			3	0.5710	0.947	0.1602	0.968	0.1105
			80[80%]	1	0.5815	0.945	0.1790	0.968
			2	0.5522	0.947	0.1494	0.969	0.1024
			3	0.5416	0.948	0.1290	0.972	0.0946
								0.981

Table S11: The ACLs (1st column) and CPs (2nd column) of 95% ACI/HPD intervals of $R(t)$.

(α, μ)	(T_1, T_2)	(n, m)	Scheme	ACI		HPD	
				1	2	1	2
Prior →							
(1.2,0.2)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.1925	0.902	0.1807	0.909
			2	0.1715	0.907	0.1484	0.913
			3	0.1639	0.909	0.1414	0.914
		50[80%]	1	0.1787	0.917	0.1617	0.922
			2	0.1629	0.919	0.1401	0.924
			3	0.1587	0.920	0.1380	0.926
		80[40%]	1	0.1603	0.926	0.1534	0.928
			2	0.1381	0.931	0.1207	0.935
			3	0.1353	0.932	0.1153	0.937
		80[80%]	1	0.1282	0.934	0.1244	0.936
			2	0.1199	0.937	0.1151	0.939
			3	0.1182	0.937	0.1119	0.940
						0.0833	0.942
(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.1905	0.908	0.1728	0.913	0.1238
		2	0.1606	0.9130	0.1507	0.918	0.1022
			3	0.1487	0.9180	0.1378	0.921
		50[80%]	1	0.1600	0.920	0.1565	0.920
			2	0.1459	0.923	0.1421	0.925
			3	0.1414	0.924	0.1241	0.929
		80[40%]	1	0.1522	0.930	0.1354	0.932
			2	0.1249	0.935	0.1199	0.935
			3	0.1169	0.938	0.1121	0.938
		80[80%]	1	0.1300	0.9360	0.1236	0.936
			2	0.1193	0.938	0.1132	0.940
			3	0.1060	0.9400	0.0988	0.943
						0.0751	0.947
(1.5,0.5)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.1372	0.949	0.1289	0.956
			2	0.1284	0.951	0.1241	0.957
			3	0.1239	0.952	0.1203	0.959
		50[80%]	1	0.1252	0.952	0.1235	0.958
			2	0.1238	0.953	0.1194	0.960
			3	0.1222	0.955	0.1164	0.961
		80[40%]	1	0.1216	0.954	0.1163	0.962
			2	0.1199	0.955	0.1117	0.962
			3	0.1185	0.956	0.1077	0.963
		80[80%]	1	0.1202	0.956	0.1106	0.964
			2	0.1184	0.957	0.1068	0.965
			3	0.1172	0.957	0.1008	0.965
						0.0744	0.970
(0.4,0.8)	50[40%]	1	0.1278	0.952	0.1268	0.957	0.0941
		2	0.1247	0.951	0.1229	0.958	0.0859
			3	0.1230	0.952	0.1188	0.960
		50[80%]	1	0.1242	0.953	0.1216	0.959
			2	0.1230	0.953	0.1164	0.961
			3	0.1214	0.956	0.1161	0.961
		80[40%]	1	0.1208	0.955	0.1088	0.963
			2	0.1191	0.955	0.1099	0.963
			3	0.1178	0.956	0.0978	0.964
		80[80%]	1	0.1184	0.957	0.0971	0.966
			2	0.1169	0.958	0.0962	0.966
			3	0.1150	0.958	0.0957	0.967
						0.0687	0.971

Table S12: The ACLs (1st column) and CPs (2nd column) of 95% ACI/HPD intervals of $h(t)$.

(α, μ)	(T_1, T_2)	(n, m)	Scheme	ACI		HPD	
				1	2	1	2
Prior →							
(1.2,0.2)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	3.6061	0.915	2.9035	0.925
			2	3.4713	0.923	2.2549	0.931
			3	2.8895	0.929	2.1788	0.934
		50[80%]	1	3.2835	0.921	2.4087	0.931
			2	2.7403	0.926	2.1931	0.934
			3	2.6330	0.928	2.1424	0.936
		80[40%]	1	2.9237	0.925	2.3017	0.934
			2	2.6938	0.927	1.9328	0.937
			3	2.2524	0.931	1.8672	0.939
		80[80%]	1	2.3345	0.930	1.7630	0.941
			2	2.1385	0.933	1.6522	0.943
			3	2.0988	0.934	1.6367	0.944
						1.2339	0.967
(0.4,0.8)		50[40%]	1	3.4116	0.921	2.8621	0.927
			2	3.3206	0.925	2.2211	0.933
			3	2.7824	0.931	2.0977	0.935
		50[80%]	1	3.0933	0.925	2.2622	0.933
			2	2.5861	0.928	2.1585	0.936
			3	2.5087	0.930	2.0622	0.938
		80[40%]	1	2.6182	0.929	2.0883	0.937
			2	2.2172	0.932	1.9073	0.938
			3	2.0540	0.935	1.7436	0.941
		80[80%]	1	2.0526	0.935	1.7444	0.942
			2	1.9874	0.937	1.6462	0.945
			3	1.6342	0.940	1.5975	0.947
						1.2273	0.968
(1.5,0.5)	(0.1,0.3)	50[40%]	1	0.8860	0.929	0.8113	0.932
			2	0.7965	0.932	0.7389	0.936
			3	0.7428	0.935	0.6565	0.940
		50[80%]	1	0.7826	0.933	0.6955	0.938
			2	0.7574	0.934	0.6438	0.943
			3	0.7297	0.938	0.6108	0.946
		80[40%]	1	0.7512	0.935	0.5851	0.947
			2	0.6417	0.940	0.5385	0.950
			3	0.6316	0.942	0.4309	0.953
		80[80%]	1	0.6900	0.938	0.4565	0.951
			2	0.6161	0.944	0.3595	0.954
			3	0.5736	0.947	0.3097	0.958
						0.1430	0.967
(0.4,0.8)		50[40%]	1	0.8503	0.933	0.6955	0.940
			2	0.7811	0.935	0.6338	0.943
			3	0.7303	0.938	0.6108	0.944
		50[80%]	1	0.7426	0.935	0.6741	0.942
			2	0.7328	0.937	0.6112	0.945
			3	0.7074	0.940	0.5974	0.946
		80[40%]	1	0.7104	0.941	0.5630	0.949
			2	0.6239	0.943	0.5206	0.952
			3	0.6072	0.945	0.4109	0.955
		80[80%]	1	0.6771	0.942	0.3614	0.954
			2	0.6012	0.944	0.3426	0.956
			3	0.5420	0.949	0.2927	0.960
						0.1349	0.969